



# Il triangolo no, non l'avevo considerato....

## DETERMINAZIONE DI DISTANZE INCOGNITE TRAMITE TRIANGOLAZIONE – ISTRUZIONI PER I DOCENTI

Esperimento elaborato da Nicoletta Capitanio e Alvisè Varagnolo del gruppo AIF Giochi di Anacleto.

Con questo esperimento vogliamo proporre una riflessione sul concetto di misura, diretta ed indiretta, sull'incidenza e il tipo di incertezze connesse con essa, sugli strumenti "fisici", ma anche "matematici" che utilizziamo per descrivere il mondo che ci circonda.

### SPIEGAZIONE GENERALE

L'esperimento consiste nella determinazione di due distanze incognite ( $x$  e  $y$ ) utilizzando il metodo della triangolazione. Viene misurato l'angolo di elevazione di una serie di mire (i punti A, B, C...) poste a distanza fissata  $d$  (sul piano orizzontale) rispetto ad un osservatore O e l'elevazione delle stesse mire da una posizione X ad una distanza incognita  $x$  (sempre sullo stesso piano orizzontale) (figura 1). La scelta di misurare più altezze  $h_i$ , è solo per minimizzare gli errori.

Le altezze delle mire dai due punti O ed X sarà data da

$h_i = d \cdot \tan\alpha_i$  e  $h_i = x \cdot \tan\beta_i$  rispettivamente, da cui, uguagliandole, si ricava la distanza  $x$

$$h_i = x \cdot \tan\beta_i = d \cdot \tan\alpha_i \quad x = d \cdot \frac{\tan\alpha_i}{\tan\beta_i}$$

La distanza  $y$  si otterrà invece misurando l'angolo  $\theta$  relativo al punto Z, nota l'altezza OZ

$$z = OZ = y \cdot \tan\theta \quad y = \frac{OZ}{\tan\theta_i}$$

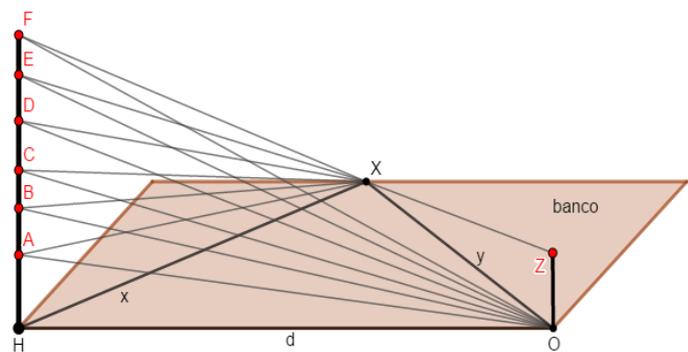


Figura 1

## NOTE TECNICHE PER LA REALIZZAZIONE

A dispetto della semplicità teorica e degli strumenti utilizzati, l'esperimento non è assolutamente banale per quanto riguarda la misura. Si utilizzerà uno smartphone dotato di una app che permetta di misurare l'inclinazione del telefono rispetto all'orizzontale. Per avere dei risultati che vadano al di là del semplice ordine di grandezza, però, occorre mettere in opera delle accortezze che minimizzino sia gli errori casuali che sistematici nelle misure.

L'app che suggeriamo di utilizzare è phyphox, disponibile sia per iPhone che per Android (figura 2). Si potrebbe comunque usare qualunque altra app che fornisca l'angolo d'inclinazione purché con una sensibilità non inferiore a  $\pm 0,1^\circ$ . Qualunque sia l'app scelta, è consigliabile farla scaricare già in anticipo agli studenti, in modo che sia già disponibile al momento in cui comincia l'esperimento e non perdano tempo per farlo durante l'esperimento. Consigliamo anche di far fare loro qualche prova anticipatamente, soprattutto per abituare gli studenti ad una lettura veloce dei dati.



Figura 2

Phyphox fornisce valori dell'inclinazione in tempo reale che arrivano al centesimo di grado e questo potrebbe essere utilizzato per evidenziare i famosi "errori accidentali" che sono così difficili da notare se gli strumenti hanno sensibilità basse. I grafici, come si vede nelle figure 3 e 4, evidenziano i valori dell'inclinazione misurata in un intervallo di tempo di 20 secondi, il valore riportato sotto ( $13,80^\circ$  nel nostro caso), è l'ultimo rilevato. Come si può notare, anche se il telefono appare assolutamente fermo, i valori cambiano per le microvibrazioni del tavolo. Osservando il grafico ci si rende anche conto però che la variazione è in genere inferiore a  $\pm 0,1^\circ$  (figura 4), per cui prendere questo valore come incertezza massima sulla misura dell'angolo è ampiamente giustificato. A riprova di ciò, è anche possibile scaricare un file excel con tutti i dati registrati. Facendo riferimento agli esempi riportati nelle figure, potremmo ad esempio considerare come valore dell'angolo  $13,75^\circ \pm 0,05^\circ$  (valore semplicemente stimato "ad occhio" dal grafico), oppure addirittura approssimare direttamente a  $13,8^\circ$ . Se le misure vengono ripetute più volte, potrebbe bastare anche azionare l'app, lasciarla in funzione per una decina di secondi almeno (così si smorzano le vibrazioni dovute alla pressione effettuata sul cellulare all'avvio), quindi semplicemente leggere il valore evidenziato. Si vedrà infatti che ripetendo più volte le misure il valore dell'angolo potrà variare anche di  $1^\circ$ - $1,5^\circ$ , perché, come già anticipato, la misura è critica, soprattutto ad angoli superiori a  $35^\circ$ . Il valore da prendere in considerazione sarà ovviamente la media e la semidispersione per l'incertezza.

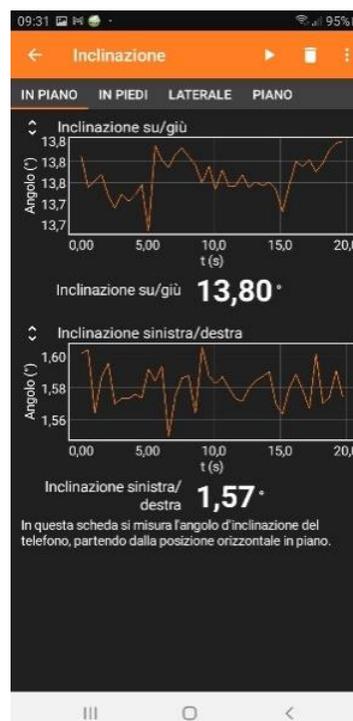


Figura 3

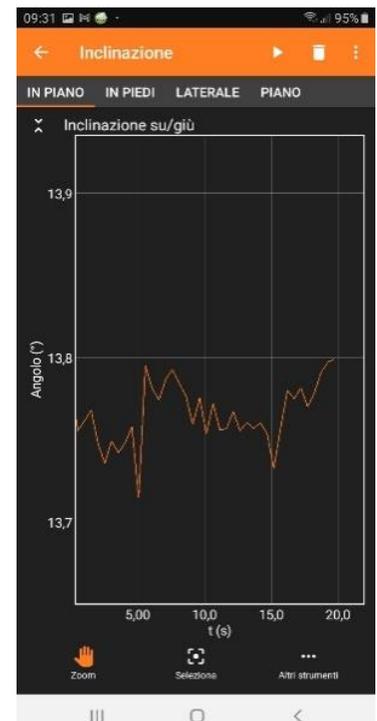


Figura 4

## MATERIALI OCCORRENTI PER OGNI POSTAZIONE

- Bancone della lunghezza di circa 120 cm (anche due o più banchi tradizionali uniti)
- Foglio di cartone (meglio bianco) lungo 65-70 cm su cui disegnare i punti da tragaardare (mire)
- Un sostegno verticale di altezza intorno ai 70 cm su cui fissare il foglio di cartone con le mire (se non si può fissare il foglio con le mire al muro)
- Un altro sostegno verticale alto circa 20 cm
- Almeno uno smartphone per ogni postazione
- Cannucce da bibita (almeno due per postazione)
- Cartone spesso, molto rigido, come quello degli scatoloni da imballaggio, oppure coperchio di cartone rigido
- Squadretta con lato di 25-30 cm
- Nastro adesivo
- Filo scuro del tipo per fissare bottoni (un po' più grosso delle usuali spagnolette di filo da cucito)
- Spessori per mantenere ferma l'inclinazione del telefono (ad esempio quaderni, piccole scatole, libri non troppo spessi)
- Metri di carta, come quelli che si trovano nei negozi di arredamento

## COSA DEVE PREPARARE L'INSEGNANTE

**Il cartone con le mire.** Su un cartone a fondo chiaro di 65-70 cm di lunghezza, tracciare con un grosso pennarello di colore sgargiante (rosso, arancione, verde fluo, fucsia,...) una serie di almeno 5 linee orizzontali lunghe 15 cm, dello spessore di circa 3-4 mm. Non occorre che le linee siano equispaziate. Tracciare poi sempre con colori sgargianti una linea verticale che attraversi tutte quelle orizzontali. Gli incroci saranno gli effettivi punti da tragaardare. La mira deve potersi individuare facilmente, per questo la lunghezza di 15 cm, ma poi deve essere chiaro il punto rispetto al quale effettuare la misura, da cui la necessità dell'incrocio. Per quanto riguarda lo spessore, se la linea è troppo sottile è difficile da vedere, ma se è troppo spessa, potrebbero esserci sensibili differenze sull'effettivo punto che si tragaarda. È poi utile distinguere le varie linee, numerandole o indicandole con delle lettere.

**Le postazioni da cui effettuare le misure.** Facendo riferimento al disegno, sarebbe bene che le posizioni  $O$  e  $X$  da cui verranno fatte le misure siano ben indicate sul bancone. Registrate preventivamente le distanze  $d$  e  $x$ , senza comunicarle agli studenti, perché devono fare parte delle misure e dei risultati. Per quanto riguarda la misura della distanza  $d$ , fissate sul banco un metro di carta, da cui ricavare la misura. Non fornite agli studenti un metro, altrimenti saranno sicuramente tentati di misurare direttamente anche la distanza  $x$  che devono ricavare invece dai dati. È opportuno che le distanze  $d$  ed  $x$ , differiscano tra loro almeno di 15-20 cm in modo che le misure degli angoli siano significativamente distinguibili.

**Il posizionamento delle mire.** Posizionare il cartone con le mire fissandolo su un supporto verticale o al muro.

**Il posizionamento del cellulare.** Il cellulare potrà essere fissato su un sostegno di cartone molto rigido, oppure posizionato all'interno di un coperchio di una scatola. Ai lati dovranno essere fissate due cannucce da bibita attraverso cui effettuare i puntamenti (figg. 5 e 6).



Figura 5

**I dispositivi perché il telefono non scivoli.** Lo studente dovrebbe fare attenzione che il punto di osservazione non cambi durante tutto l'esperimento, a questo scopo potrebbe essere utile fissare sul tavolo due pezzi di cartone grosso: aiuteranno a mantenere fissa la posizione della cannucchia, cioè dell'osservatore (fig. 6).

**Le cannucce da bibita con il crocicchio.** Preparate le cannucce da bibita per traguardare le mire. Ad una delle due estremità costruite un crocicchio con del filo. Tagliate due pezzetti di filo, meglio se scuro e un po' più grosso dell'usuale filo da cucito, e fissateli alla cannucchia con un pezzetto di nastro adesivo in modo che formino una croce sul foro. Questo aiuterà ad individuare con maggiore precisione l'inclinazione del telefono (fig. 7). Preparate in questo modo due cannucce,

e fissatele ognuna ai bordi della scatola in modo che il capo della cannucchia in cui si appoggia l'occhio sia a filo con il bordo della scatola (fig.6). Puntando attraverso la cannucchia si dovrà fare in modo che il centro del crocicchio vada a coincidere con le intersezioni delle righe disegnate sul foglio di cartone (fig. 8).



Figura 6



Figura 7

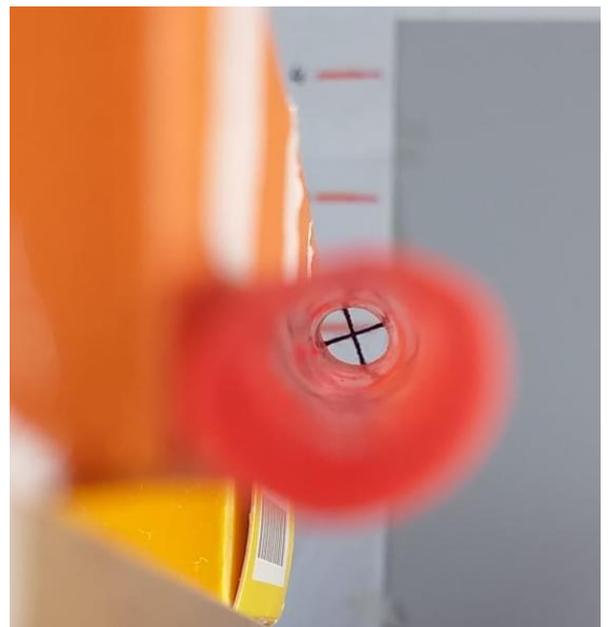


Figura 8

## CONDUZIONE DELL'ESPERIMENTO

**Sarebbe opportuno che l'esperimento venisse condotto in gruppi di almeno tre persone perché ci sono molte variabili da tenere sotto controllo durante le misure che, in caso contrario, risulterebbero difficili da effettuare e spesso troppo imprecise.**

### PRIMA PARTE

Da un punto O a distanza nota dalla base delle mire, si misura l'angolo di elevazione di una mira. Nel disegno è rappresentata dal segmento verticale HE che viene posto a distanza nota "d" dal punto di osservazione O (HE perpendicolare ad OH). Operativamente parlando, occorre fissare al muro, o ad un sostegno verticale, un foglio su cui siano indicati molto chiaramente i vari punti rispetto ai quali fare le misurazioni. Nel disegno li abbiamo indicati con le lettere A, B, C, D, E. Come si è cercato di sottolineare, le mire devono essere ben evidenti, ma non troppo grosse, altrimenti gli errori sulla misura aumentano notevolmente. È opportuno che effettuando la misura angolare maggiore, non si superi di molto i 30°. Se la distanza d è dell'ordine dei 120 cm, l'altezza della mira più alta potrebbe essere di 60-65 cm.

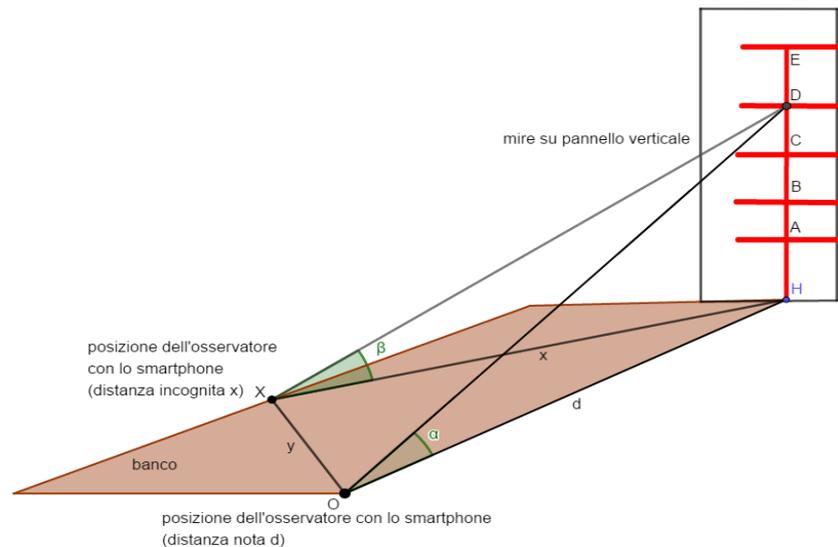


Figura 9

Posare il cellulare sul sostegno di cartone rigido e posizionare quest'ultimo sul tavolo ben appoggiato e fermo (figure 6 o 10). Il telefono va adagiato sul dorso. Se si usa phyphox si scelga "INCLINAZIONE" dal menù "STRUMENTI" (fig. 2). Scegliere l'opzione "IN PIANO" così la misura è fatta rispetto all'orizzontale (figg. 3 e 4). Inserendo degli spessori sotto il sostegno di cartone, il cellulare si inclina. Attraverso una cannucchia si traggono gli incroci delle linee modificando la posizione degli spessori in avanti e indietro fino a quando la posizione è corretta. A questo punto, senza cambiare alcunché si fa partire l'app e si registrano i valori dell'inclinazione ottenuti nell'arco di 15-20 secondi. Da questi si può fare una stima (non occorre rigorosa) della media dei dati. Alternativamente, se si effettuano più rilevazioni, basterebbe riportare il valore che compare sul display dopo una decina di secondi dall'avvio dell'applicazione. Il dato ottenuto va riportato sulla tabella che viene allegata.

Dal punto di vista operativo è più facile se uno sperimentatore traguarda la mira e dà il via all'altro che attiva l'app. Soprattutto quando si misurano angoli "grandi", può essere utile che uno degli sperimentatori controlli sempre che la posizione della scatola sia corretta, vale a dire con il bordo appoggiato al cartone o allo spigolo del tavolo. Ogni misura va ripetuta almeno 4-5 volte, le variazioni potranno anche essere notevoli. Si prenderà poi come valore dell'angolo la media dei valori ottenuti e come incertezza la semidispersione massima.

La stessa operazione va ripetuta dalla posizione X.

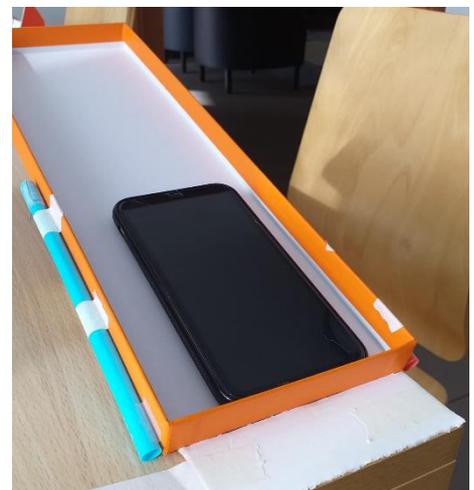


Figura 10

Trovati gli angoli gli studenti dovranno calcolare, utilizzando una calcolatrice scientifica (ancora una volta potrebbe essere utilizzata un'app del telefono) la relativa tangente. Se non l'avessero mai fatto, è bene ricordare agli studenti di settare la calcolatrice in modo che la misura degli angoli sia in gradi sessagesimali.

Dalla relazione  $h_i = x \cdot \tan\beta_i = d \cdot \tan\alpha_i$  dovranno ricavare, per ogni mira, il valore  $x$ . Ancora una volta la distanza  $x$  cercata sarà la media dei valori ottenuti per ciascuna altezza (non stupitevi se sono piuttosto diversi) ed incertezza ancora la semidispersione.

In questo esperimento possono intervenire in modo abbastanza pesante sia errori di tipo casuale, ad esempio alcuni valori ottenuti con il telefono non esattamente nella posizione  $d$  o  $x$  fissata, o mire non precisamente sull'incrocio e così via, ma anche errori di tipo sistematico, tipicamente di parallasse. Ad esempio cambiando la posizione dell'occhio mentre si fa la mira, la regolazione dell'angolo cambia. Questi effetti sono particolarmente evidenti quando le misure sono "ben fatte".

Qui di seguito riportiamo degli esempi di dati ottenuti con  $d=(121,3\pm 0,3)$  cm.

Nelle tabelle, a titolo esemplificativo, abbiamo riportato anche le indeterminazioni sugli angoli e sulle tangenti, anche se ai fini del risultato finale non sono strettamente necessari. Tuttavia, riportiamo il metodo che suggeriamo di far seguire agli studenti per una stima sull'incertezza sulla tangente che invece viene richiesta nella seconda parte dell'esperimento. Per il calcolo dell'errore sulla tangente si è operato in questo modo: è la semidifferenza tra il valore massimo  $\tan\alpha_{\max} = \tan(\alpha + \Delta\alpha)$  e il valore minimo  $\tan\alpha_{\min} = \tan(\alpha - \Delta\alpha)$  della tangente.

traguardi	$(\alpha \pm 0,05)^\circ$					media $\alpha^\circ$	$\Delta\alpha^\circ$	tan $\alpha$	tan $\alpha$ max	tan $\alpha$ min	$\Delta$ tan $\alpha$	$\epsilon$ % sulla tangente
A	11,05	12,10	12,27	11,56	11,83	11,76	0,61	0,208	0,219237	0,197032	0,011	5,3
B	15,06	15,45	16,10	15,87	15,47	15,59	0,52	0,279	0,28867	0,269116	0,010	3,5
C	19,35	20,20	19,59	19,04	19,28	19,49	0,58	0,354	0,365193	0,342424	0,011	3,2
D	23,9	24,19	23,35	22,58	22,66	23,34	0,81	0,431	0,447924	0,414614	0,017	3,9
E	28,07	27,63	29,05	27,00	27,20	27,8	1,0	0,527	0,549764	0,504073	0,023	4,3
F	32,58	31,94	31,60	30,40	31,49	31,6	1,1	0,615	0,641383	0,588963	0,026	4,3

traguardi	$(\beta \pm 0,05)^\circ$					media $\beta^\circ$	$\Delta\beta^\circ$	tan $\beta$	tan $\beta$ max	tan $\beta$ min	$\Delta$ tan $\beta$	$\epsilon$ % sulla tangente
A	14,75	14,65	14,57	13,82	13,55	14,27	0,60	0,254	0,265	0,243054	0,011	4,4
B	19,7	20,6	18,74	19,21	18,55	19,4	1,0	0,351	0,371	0,331216	0,020	5,7
C	24,85	25,08	23,83	23,60	23,5	24,17	0,79	0,449	0,465	0,43212	0,017	3,7
D	29,6	28,6	29,54	28,85	28,1	28,94	0,75	0,553	0,570	0,535605	0,017	3,1
E	33,65	32,12	32,55	31,80	31,00	32,2	1,3	0,630	0,663	0,598093	0,032	5,1
F	37,95	38,5	38,50	37,80	37,05	37,96	0,7	0,780	0,800	0,759485	0,020	2,6

distanza x misurata: (95,0±0,3) cm		
traguardi	calcolo distanza x (cm)	$\Delta x$ (cm)
A	99,3	9,8
B	96,3	9,0
C	95,7	6,8
D	94,7	6,7
E	101,4	9,8
F	95,7	6,7
	media (cm)	semidisp persione (cm)
	97,2	3,4

Come si vede, nonostante l'incertezza sulle singole misure di x sia piuttosto alta, la media è perfettamente compatibile con il dato misurato direttamente.

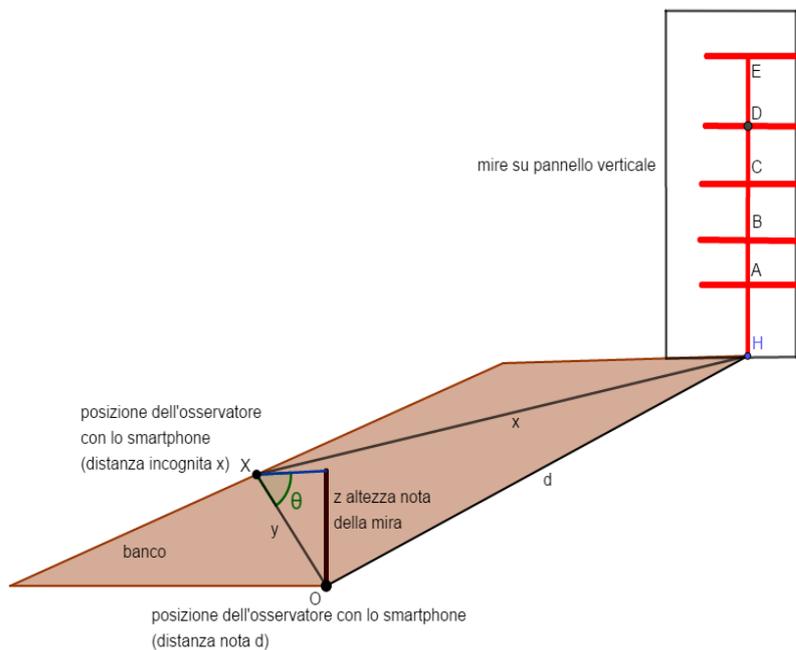


Figura 11

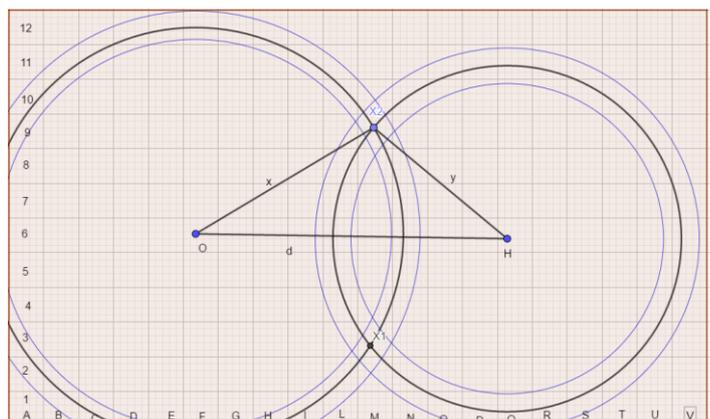
## SECONDA PARTE

Si appronta in O una mira costituita da una semplice asta verticale OZ, la cui altezza verrà misurata dagli studenti con una squadretta (fig. 11). Da X si misura l'elevazione  $\theta$  del punto Z e si ricava la distanza y (XO) tramite la relazione  $y = z/\tan\theta$ . Anche in questo caso la misura dell'angolo dovrà essere effettuata più volte, gli studenti calcoleranno la media e la semidispersione. Verrà poi richiesta una stima dell'incertezza su y.

## TERZA PARTE

A questo punto, noti d, x e y, si chiede di individuare su una piantina la posizione esatta del punto X.

Si fornisce un foglio di carta al cui centro è disegnato un segmento che rappresenta la distanza OH (d). Si chiede di segnare sul foglio il punto X e di discutere il criterio con il quale è stato individuato. I raggi delle due circonferenze sono le distanze x e y. In realtà i punti "papabili" sono due, nel disegno indicati con X1 e X2, anche se utilizzando una cartina come quella proposta (fig. 12), si dovrebbe escludere il punto X2. Nella cartina sono rappresentate delle curve di livello, evidenziate anche dai colori diversi. Il punto X2 è situato in una zona a diversa altitudine rispetto a quella in cui è posizionato il segmento che rappresenta OH. L'esperimento però è condotto completamente in piano, quindi solo il punto X1 soddisfa le condizioni. Se le proporzioni lo permettessero (non è detto), potrebbero anche essere indicate le circonferenze che esprimono l'incertezza con cui sono noti x e d (circonferenze blu).



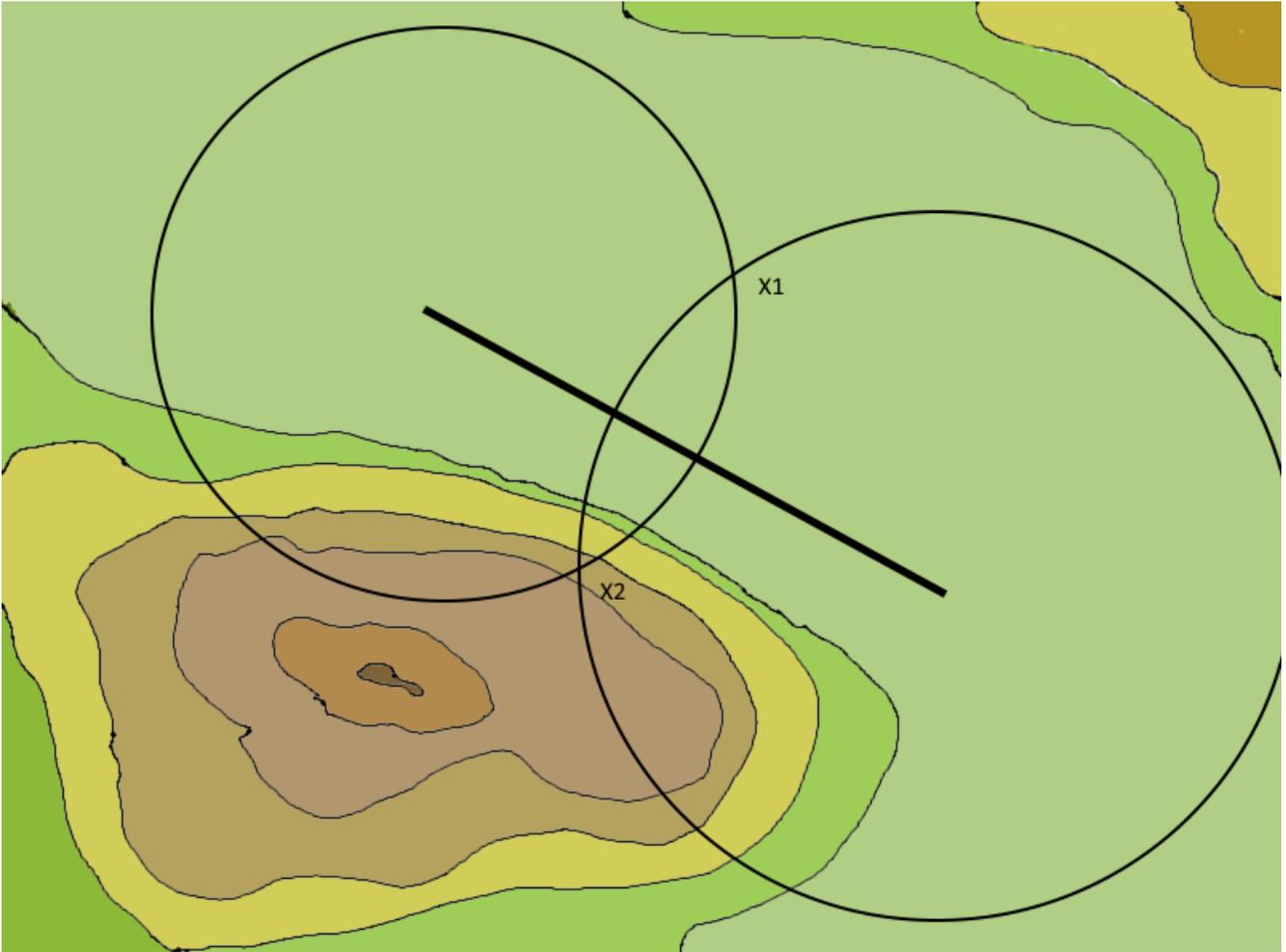
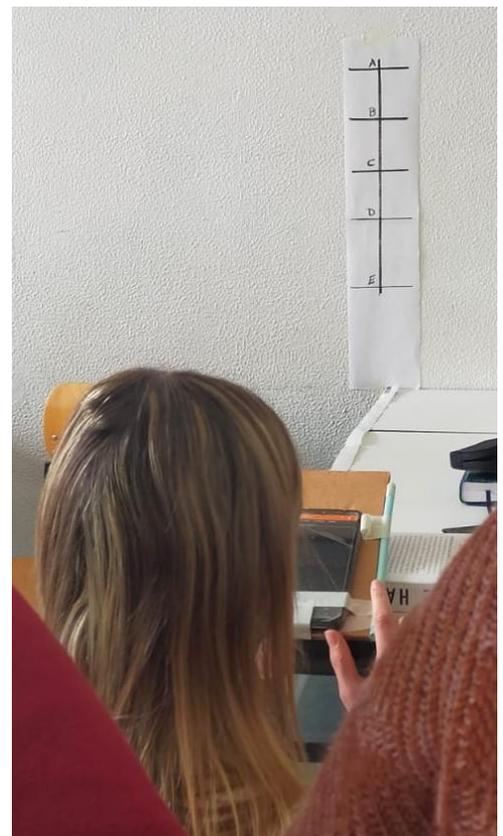


Figura 12

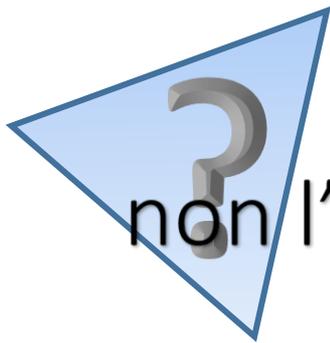
Questo esperimento può essere tranquillamente eseguito in una normale aula, non necessita di laboratori attrezzati.



**VALUTAZIONE DEI QUESITI**

<b>Richiesta</b>	<b>Valutazione massima</b>	<b>Cosa deve essere valutato</b>	<b>Valutazione</b>	<b>Note e detrazioni</b>
<b>misura d</b>	<b>5</b>	effettua la misura correttamente	2	Se la misura differisce da quella vera di più di 3 mm: -1 punto
		scrive le unità di misura	1	
		scrive l'incertezza	1	
		numero corretto di cifre significative	1	Se il numero di cifre dell'incertezza è coerente con quelle indicate dalla misura, anche se in eccesso, si assegnino 0,5 punti.
<b>misure di <math>\alpha</math></b>	<b>35</b>	5 misure ripetute per ciascuna mira; almeno 5 altezze diverse	25 (5x5)	Se il numero delle misure ripetute per ogni inclinazione è inferiore a 5, si tolga un punto per ognuna mancante (se le misure sono 4 si assegnino 4 punti, se sono 3, 3 punti e così via)
		media sul valore di ciascuna inclinazione	5 (1x5)	Se viene effettuata una sola misura di inclinazione per mira, nessun punto, se le misure sono due 0,5 punti
		tangente della media	5 (1x5)	Se le tangente non è corretta, ad esempio perché non settano correttamente la calcolatrice, 0 punti
<b>misure di <math>\beta</math></b>	<b>35</b>	5 misure ripetute per ciascuna mira; almeno 5 altezze diverse	25 (5x5)	Se il numero delle misure ripetute per ogni inclinazione è inferiore a 5, si tolga un punto per ognuna mancante (se le misure sono 4 si assegnino 4 punti, se sono 3, 3 punti e così via)
		media sul valore di ciascuna inclinazione	5 (1x5)	Se viene effettuata una sola misura di inclinazione per mira, nessun punto, se le misure sono due 0,5 punti
		tangente della media	5 (1x5)	Se le tangente non è corretta, ad esempio perché non settano correttamente la calcolatrice, 0 punti
<b>calcolo di x</b>	<b>10</b>	scrive la formula correttamente	1	
		applica la formula correttamente	5 (1x5)	
		media su x	1	Se il calcolo viene fatto solo su un valore dell'inclinazione 0 punti, se è fatto su due 0,5 punti
		unità di misura su x	1	
		$\Delta x$ incertezza su x (semidispersione massima)	1	
		cifre significative corrette	1	Se il numero di cifre dell'incertezza è coerente con quelle indicate dalla misura, anche se in eccesso, si assegnino 0,5 punti.
<b>misura z</b>	<b>5</b>	effettua la misura correttamente	2	Se la misura differisce da quella vera di più di 3 mm: -1 punto
		scrive le unità di misura	1	
		scrive l'incertezza	1	

		numero corretto di cifre significative	1	Se il numero di cifre dell'incertezza è coerente con quelle indicate dalla misura, anche se in eccesso, si assegnino 0,5 punti.
<b>misure di <math>\theta</math></b>	<b>14</b>	5 misure ripetute	5	Se il numero delle misure ripetute è inferiore a 5, si tolga un punto per ognuna mancante (se le misure sono 4 si assegnino 4 punti, se sono 3, 3 punti e così via)
		media sul valore di $\theta$	1	Se viene effettuata una sola misura di $\theta$ , nessun punto, se le misure sono due 0,5 punti
		$\Delta\theta$ incertezza sulla media di $\theta$ (semidispersione massima)	1	
		cifre significative corrette	1	Se il numero di cifre dell'incertezza è coerente con quelle indicate dalla misura, anche se in eccesso, si assegnino 0,5 punti.
		tangente della media	1	Se la tangente non è corretta, ad esempio perché non settano correttamente la calcolatrice, 0 punti
		incertezza sulla tangente	5	Deve essere chiaramente spiegato il procedimento adottato. Accettabile il valore dato dalla semidispersione massima tra i valori $\tan(\theta+\Delta\theta)$ e $\tan(\theta-\Delta\theta)$
<b>calcolo di y</b>	<b>9</b>	scrive la formula correttamente	1	
		applica la formula correttamente	1	
		unità di misura su y	1	
		$\Delta y$ incertezza su y	5	Deve spiegare il procedimento. Accettabile la semidispersione ottenuta con i valori massimo e minimo della tangente
		cifre significative corrette	1	Se il numero di cifre dell'incertezza è coerente con quelle indicate dalla misura, anche se in eccesso, si assegnino 0,5 punti.
<b>posizione di X</b>	<b>7</b>	scala del disegno	1	
		lunghezza di x nella scala del disegno	1	
		lunghezza di y nella scala del disegno	1	
		Indica la posizione di X nel disegno	1	
		spiegazione di come viene trovato il punto X nel disegno	3	I punti sono 2, quindi dovrebbero essere indicati entrambi a meno che non si escluda quello che cade nella zona "non in piano" individuabile tramite le linee di uguale livello (isoipse). Se lo studente le individua entrambe 2 punti, se ne individua 1 senza alcuna spiegazione 1 punto, se ne individua 1 e spiega che esclude l'altra perché non è sullo stesso piano della misura, 3 punti



# Il triangolo no, non l'avevo considerato....

“... La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto....” Galileo Galilei - Il Saggiatore

Esperimento elaborato da Nicoletta Capitanio e Alvisè Varagnolo del gruppo AIF Giochi di Anacleto.

## **INTRODUZIONE ALLA PROVA**

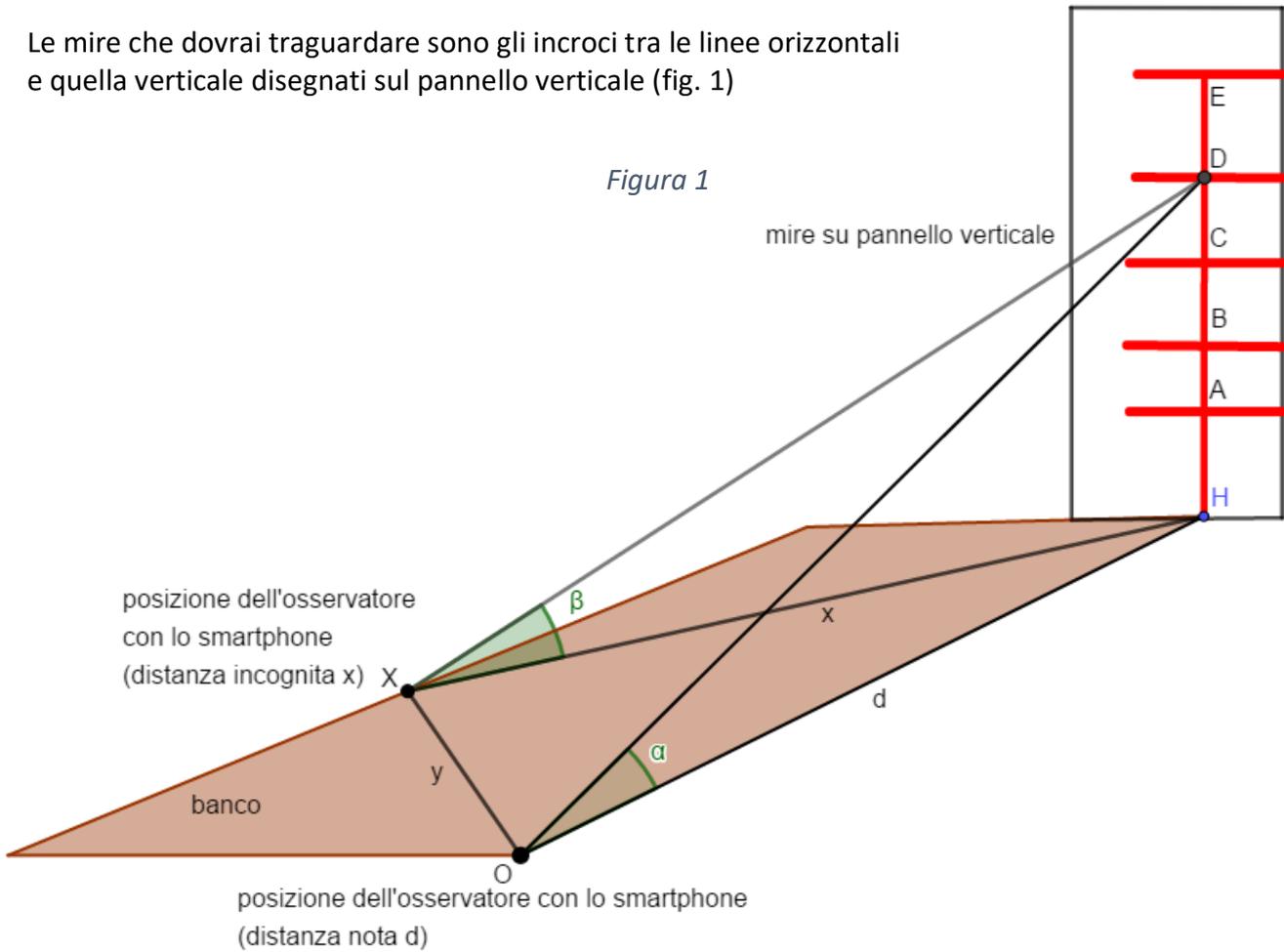
Ti verrà chiesto di effettuare una “triangolazione”, cioè di determinare delle distanze che non possono essere direttamente misurate. La cosa non è di poca importanza se pensi che proprio costruendo una serie di triangolazioni successive che partivano da Dunkerque, nel nord della Francia, per arrivare fino a Barcellona, si è pervenuti alla prima misura moderna delle dimensioni della Terra. Ma il concetto di triangolazione è anche alla base del posizionamento tramite il GPS o del punto nave nella navigazione.

**Per condurre questa prova avrai a disposizione 180 minuti e lavorerai in coppia o in piccoli gruppi.**

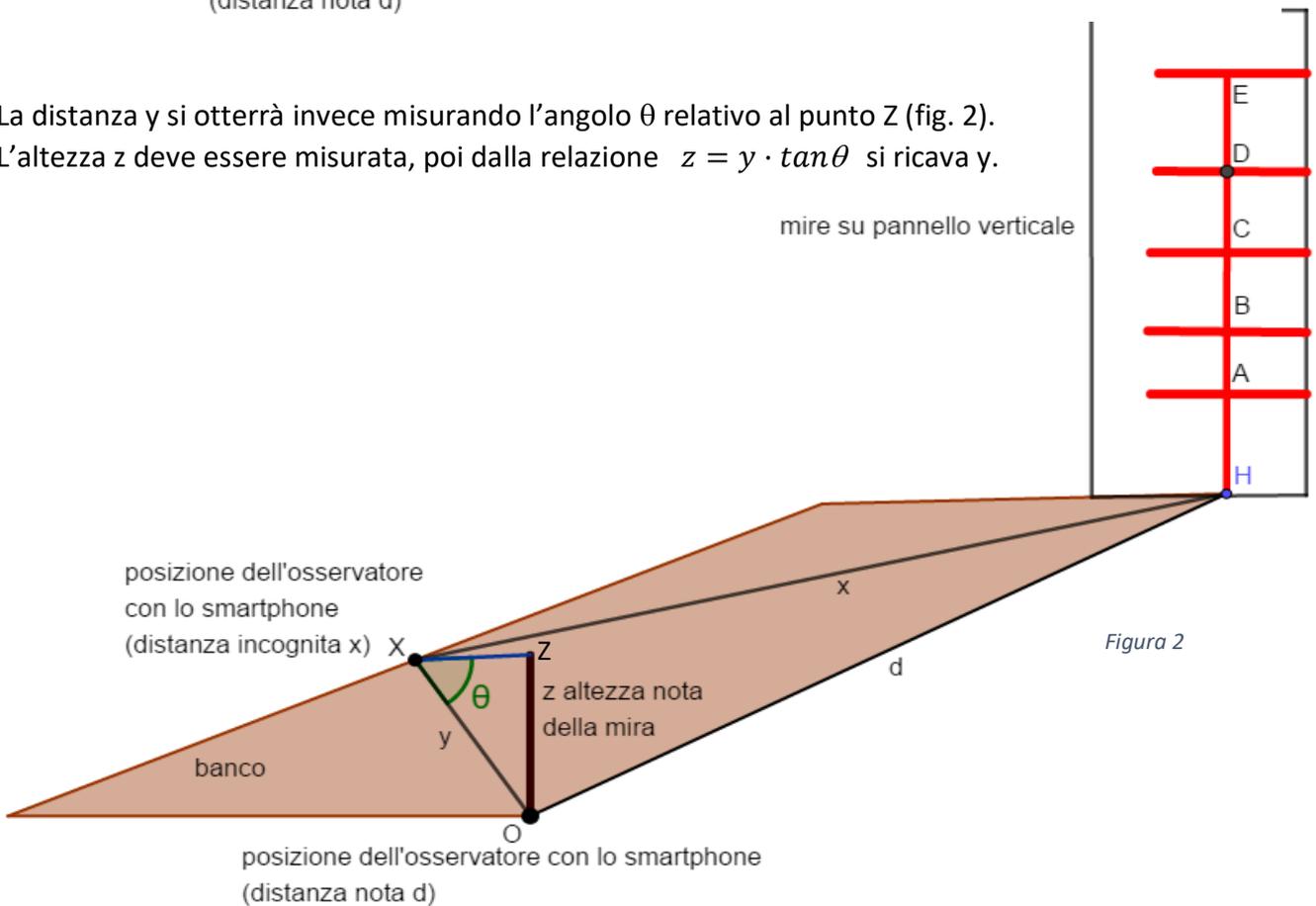
L'esperimento consiste nella determinazione di due distanze incognite ( $x$  e  $y$ ) utilizzando il metodo della triangolazione. Utilizzando il tuo smartphone, dovrai misurare l'angolo di elevazione di una serie di punti fissi a diversa altezza che chiameremo mire, posti tutti ad una distanza fissata  $d$  (sul piano del tavolo) dall'osservatore  $O$ , e l'elevazione delle stesse mire misurata da un'altra posizione  $X$  a distanza incognita (sempre sullo stesso piano del tavolo) (figura 1).

Le relazioni saranno  $h_i = d \cdot \tan\alpha_i$  e  $h_i = x \cdot \tan\beta_i$  rispettivamente per le misure prese dal punto  $O$  e dal punto  $X$ , e dove con  $h_i$  si intende l'altezza della  $i$ -esima mira, e  $\alpha_i$  e  $\beta_i$  i corrispondenti angoli di elevazione rilevati dalle due posizioni. Uguagliando le due altezze  $h_i = x \cdot \tan\beta_i = d \cdot \tan\alpha_i$  si ricava  $x$ , la prima delle due distanze incognite.

Le mire che dovrai guardare sono gli incroci tra le linee orizzontali e quella verticale disegnati sul pannello verticale (fig. 1)



La distanza y si otterrà invece misurando l'angolo  $\theta$  relativo al punto Z (fig. 2). L'altezza z deve essere misurata, poi dalla relazione  $z = y \cdot \tan\theta$  si ricava y.



## CONDUZIONE DELL'ESPERIMENTO

Nel foglio dati che ti è stato consegnato dovrai riportare tutte le misure effettuate e l'elaborazione dei dati.

La misura degli angoli è molto delicata, devi effettuarla con cura e ripeterla più volte.

### PRIMA PARTE

Posiziona lo smartphone nel coperchio di cartone e fai aderire bene quest'ultimo al bordo del pezzo di cartone fissato al bancone. Il cartone serve affinché la scatola non scivoli e la distanza  $d$  non vari tra le misure (fig. 3). Le due cannucce fissate ai lati del coperchio, servono per puntare i traguardi. Una delle due cannucce attraverso cui punterai la mira deve essere esterna, "comoda" per l'osservazione.

Spostando opportunamente uno spessore (una piccola scatola ad esempio) sotto il coperchio, si inclina il telefono di angoli diversi (fig. 4).

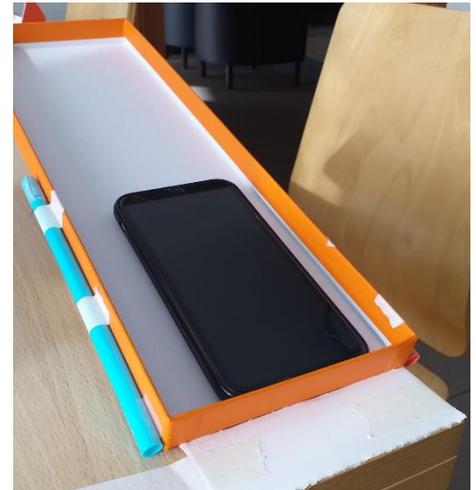


Figura 3

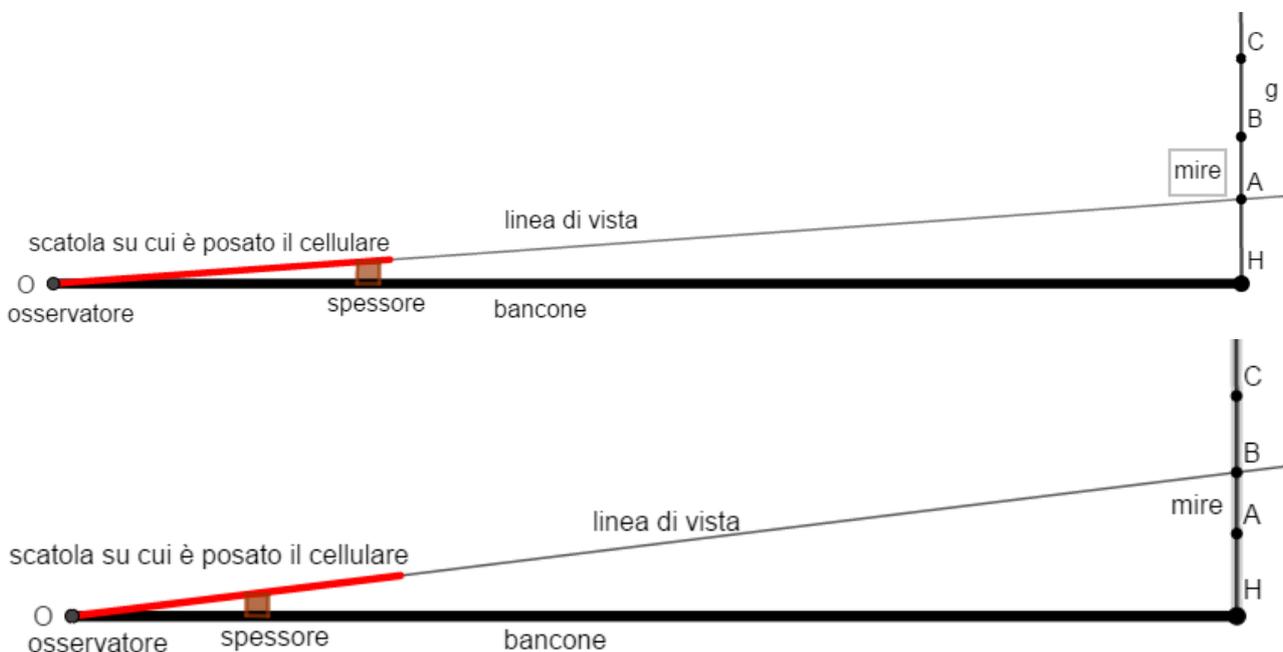


Figura 4

Per effettuare le misure utilizza un'app che rilevi l'inclinazione del cellulare rispetto all'orizzontale con una sensibilità non inferiore a  $\pm 0.1^\circ$ .

Inquadra, guardando attraverso la cannuccia, ciascuno delle mire. Il punto da trapiandare è dato dall'incrocio tra una riga orizzontale e quella verticale (fig. 5). Punta con cura le varie mire e mentre controlli che la mira non si sposti, chiedi al tuo compagno di avviare l'app. Ripeti ogni misura più volte e registra i risultati sul foglio dati. Ti accorgerai che le misure potranno risultare anche molto diverse, per questo devi essere molto preciso, inoltre, a causa di vibrazioni impercettibili ai nostri sensi, possono cambiare nel corso di una stessa misura, anche se il cellulare sembra fermo.

Quando hai preso tutte le misure da O, cambia la posizione e ripeti la stessa procedura da X.

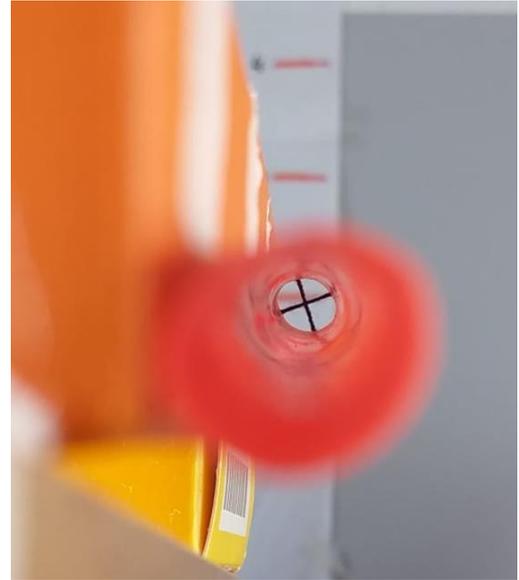


Figura 5

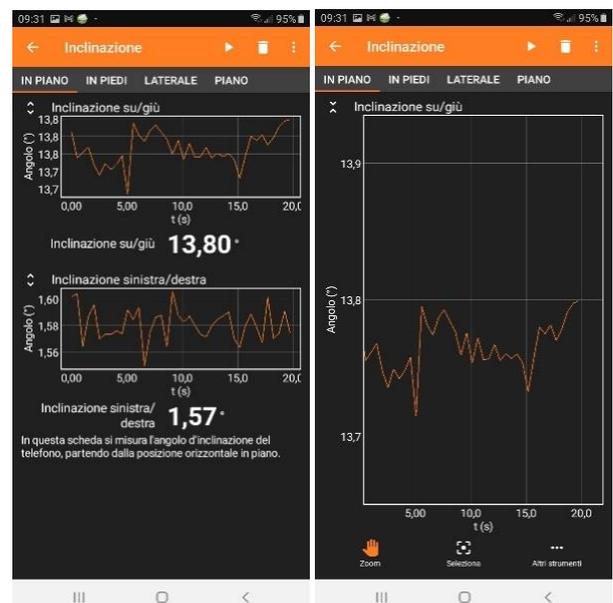
Per effettuare le misure puoi utilizzare qualunque app che permetta di misurare un angolo rispetto all'orizzontale, basta che la sensibilità sia almeno di  $\pm 0,1^\circ$ . Se usi l'applicativo PHYPHOX (fig. 6), scegli dal menù INCLINAZIONE, quindi IN PIANO, in questo modo la misura avviene rispetto all'orizzontale. La schermata presenterà due grafici, il primo è quello che ti interessa (inclinazione su/giù). Avviando la misura otterrai in tempo reale un grafico che cambia sensibilmente anche se il telefono sembra fermo. Il numero che compare sotto è il valore rilevato all'istante considerato, quindi cambia anch'esso nel tempo. Fai proseguire la misura per 15-20 s, e stima il valore della misura dal grafico che ottieni (se clicchi sul grafico si ingrandisce e puoi vederlo meglio). Non occorre che la stima sia precisissima, un'incertezza di  $\pm 0,1^\circ$  è tollerabile, ma vedrai che riuscirai sicuramente a fare di meglio.



Figura 6

## ELABORAZIONE DEI DATI

Quando cominci ad elaborare i dati devi fare attenzione. Devi calcolare la tangente dell'angolo: verifica innanzitutto che nel display della calcolatrice scientifica che stai usando compaia la scritta DEG oppure una semplice D. Questo significa che gli angoli vengono letti in gradi sessagesimali. Per essere sicuro fai questa prova: digita  $\tan(45)$  se il risultato è 1, allora il settaggio è corretto. Se così non fosse, e non fossi in grado di cambiarlo, chiedi aiuto all'insegnante.



## SECONDA PARTE

Posiziona una mira nel punto O. Tra i materiali che hai a disposizione trovi un'asta di 25-30 cm che dovrai fissare verticalmente al bancone nel punto O. Con la squadretta misura l'altezza dell'asta, quindi dal punto X punta la cima dell'asta e rileva l'angolo d'elevazione  $\theta$  in modo del tutto identico a quello seguito precedentemente (fig. 7). Anche in questo caso ripeti più volte le misure.

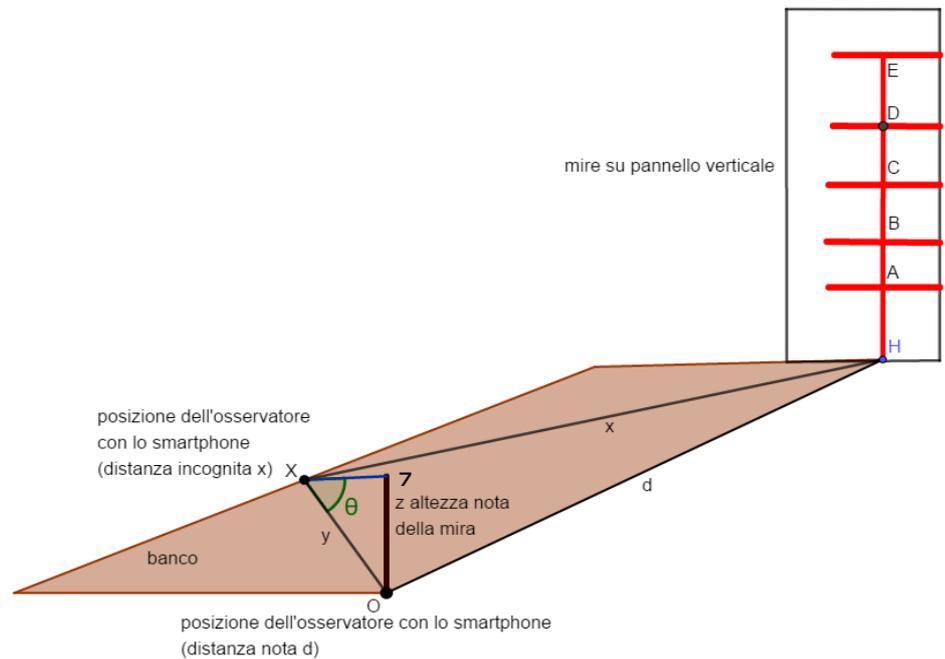


Figura 7

Completa il foglio dati che ti è stato consegnato e con i dati che hai elaborato ricava la lunghezza  $y$ . Fai sempre attenzione che la tua calcolatrice sia settata sui gradi sessagesimali (dovrebbe comparire la scritta DEG o D).

## TERZA PARTE

A questo punto, noti  $d$ ,  $x$  e  $y$ , individua sulla piantina che ti è stata data la posizione del punto X. Il segmento che vedi disegnato rappresenta la distanza  $d$  tra i punti O e H. Descrivi chiaramente il processo che hai seguito.

NOME COMPONENTI DEL GRUPPO .....

PRIMA PARTE

Distanza d: .....

Dalla relazione  $altezza\ della\ mira = d \cdot \tan\alpha = x \cdot \tan\beta$  ricava x e scrivi la formula:  $x = \dots\dots\dots$

Usa la formula trovata per calcolare i valori di x dai dati e inseriscili in tabella.

mire	$\alpha_1^\circ$	$\alpha_2^\circ$	$\alpha_3^\circ$	$\alpha_4^\circ$	$\alpha_5^\circ$	Media $\alpha^\circ$	$\tan\alpha$	$\beta_1^\circ$	$\beta_2^\circ$	$\beta_3^\circ$	$\beta_4^\circ$	$\beta_5^\circ$	Media $\beta^\circ$	$\tan\beta$	x
A															
B															
C															
D															
E															

Calcola il valore x e la sua incertezza:  $x = \dots\dots\dots$

NOME COMPONENTI DEL GRUPPO .....

SECONDA PARTE

Altezza della mira OZ.  $z$ : .....

$\theta_1^\circ$	$\theta_2^\circ$	$\theta_3^\circ$	$\theta_4^\circ$	$\theta_5^\circ$	Media $\theta^\circ$	$\Delta\theta$	$\tan\theta$

Sapresti trovare una stima dell'incertezza su  $\tan\theta$ ? Spiega il tuo ragionamentoCalcola  $y$  tramite la relazione  $z=y \cdot \tan\theta$ : la formula per trovare  $y$  è  $y = \dots\dots\dots$ Calcola il valore:  $y = \dots\dots\dots$ Riesci a dare una stima dell'incertezza su  $y$ ? Spiega il tuo ragionamento.

NOME COMPONENTI DEL GRUPPO .....

TERZA PARTE

Nel foglio è stato disegnato un segmento che rappresenta il segmento OH di lunghezza  $d$ . Disegna la posizione X in base ai dati che hai ottenuto. Spiega come hai individuato la posizione.

Scala del disegno: ..... Lunghezza di x nella scala del disegno: ..... Lunghezza di y nella scala del disegno: .....

Spiegazioni.

NOME COMPONENTI DEL GRUPPO .....

